



THE AUTOMAT

© Registered Trade Mark

GRUPPE 9

Bewegungslehre

Die Geschwindigkeitsverhältnisse
Die Polbahnen und Bahnkrümmungen
Die Beschleunigungsverhältnisse bei der ebenen
Bewegung
Die Coriolisbeschleunigung

Die Kinematik ist die Grundlage jedes getrieblichen Denkens und ihre Beherrschung bildet somit die Voraussetzung für die erfinderische Betätigung in der mechanischen Industrie. Alle die sich beruflich mit der Technik beschäftigen, müssen Verständnis für getriebliche Vorgänge haben, wissen welche Drehungen die einzelnen Glieder der Getriebe zueinander ausführen, wo die Relativpole liegen, wie sie wandern, und wie bei allgemein bewegten Gliedern die Tangenten und die Krümmungen der Bahnen von Punkten ermittelt werden.

Die Getriebe sind eine Schöpfung des Erfindungsgeistes. Durch sie erst werden uns geometrische und mathematische Aufgaben gestellt, die wir zu lösen haben, wollen wir überall, wo es angingig ist, Maschinen verwenden, also mechanische Arbeit an Stelle menschlicher Kraftentfaltung setzen und uns damit die in der Natur zur Verfügung stehende Energie dienstbar machen.

AUTOMAT PRECISION ENGINEERING LTD
LIMMATQUAI 124 ZÜRICH I SWITZERLAND

Die Geschwindigkeitsverhältnisse

1. Wird in einem Gelenkvierneck ein Glied festgehalten, so führen die anschließenden Glieder Drehungen um feste Drehpole aus, während das dem festen Stütz gegenüberliegende Glied sich in jedem Augenblick der Bewegung um einen Momentanpol dreht, der sich als Schnittpunkt der Gelenkverbindung der beiden andern bewegten Glieder ergibt.

Ist in Fig. 9.1' A B C D das Gelenkvierneck und wird das Glied d festgehalten, dann dreht sich das Glied a um den festen Drehpol A, Glied c um den festen Drehpol D, während die Koppel b sich um O dreht, dem Schnittpunkt der Verbindung der Gelenke A B von a und C D von c.

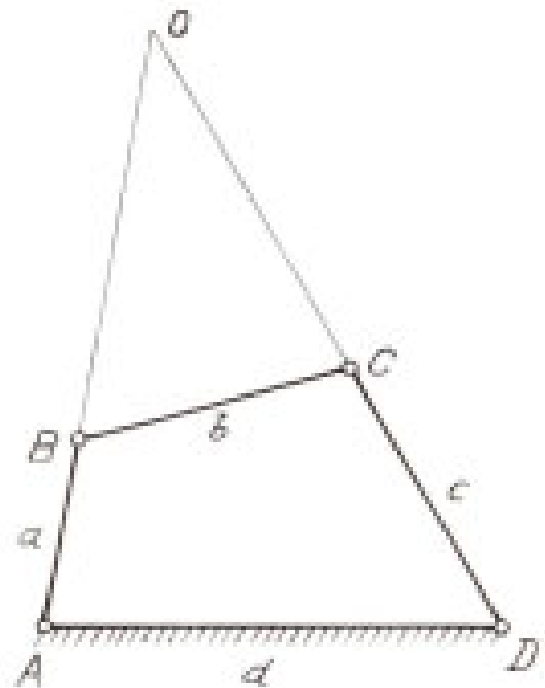


Fig. 9.1'

2. Da ein Gelenkvierneck beim Festhalten eines Gliedes die Beweglichkeit »Eins« hat, sind die Geschwindigkeitsverhältnisse durch die Angabe einer Geschwindigkeitsgröße, z. B. der Geschwindigkeit des Kurbelzapfens B, Fig. 9.2', festgelegt. Es sei $BB' = v_B$.
3. Durch die Kenntnis der Geschwindigkeit des Gelenkes B ist die Winkelgeschwindigkeit des Gliedes b um seinen Momentanpol O festgelegt. Es ist $v_B = BB' = OB \cdot \tan \delta_b = OB \cdot \omega_b$ in Fig. 9.2'.

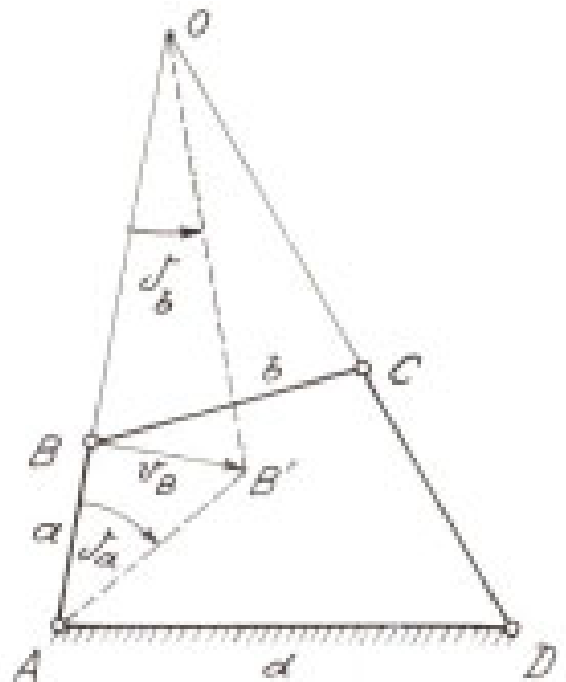


Fig. 9.2'

4. Da sämtliche Punkte eines Systems sich um den Momentanpol mit gleicher Winkelgeschwindigkeit drehen, ist in Fig. 9.3'

$$v_B = \frac{CC'}{OC} \cdot \omega = \frac{OC'}{OC} \cdot \omega.$$

Dabei stehen die Geschwindigkeiten der Systempunkte v_B, v_C senkrecht auf die zugehörigen Verbindungen der Punkte B, C mit dem Momentanpol O.

Es ist $BB' \perp OB$ und $CC' \perp OC$.

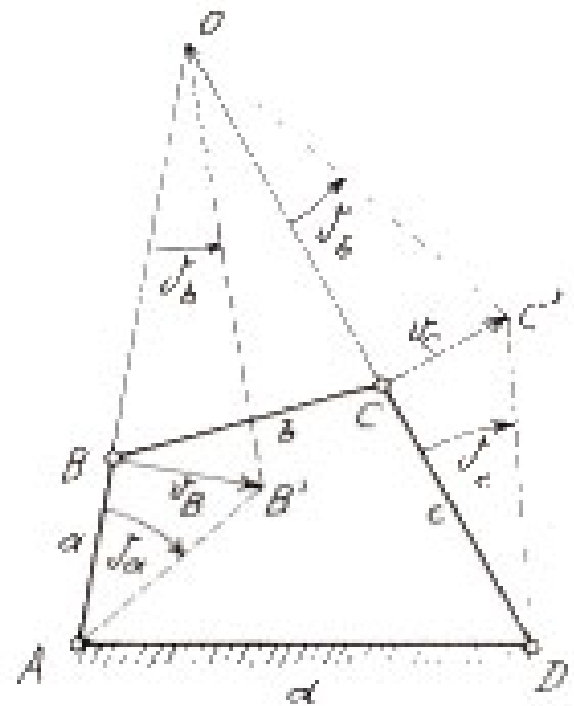


Fig. 9.3'

5. Ferner sind die Projektionen der Geschwindigkeiten der Punkte eines starren Systems auf ihre Verbindungsgeraden einander gleich.

Es ist in Fig. 9.4' $B'1' = C'2'$
mit $B'1' \perp BC$ und $C'2' \perp BC$.

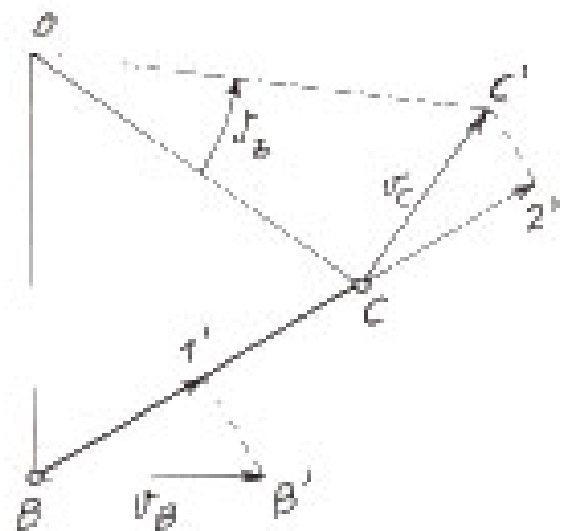


Fig. 9.4'

6. Dreht man die Geschwindigkeiten der Punkte eines starren Systems um 90° , v_B nach BB' , Fig. 9.5', und v_C nach CC' , dann sind die Verbindungen der Endpunkte der gedrehten Vektoren $B'C''$ parallel zur Verbindung der zugehörigen Punkte B C .

Es ist $B'C'' \perp BC$.

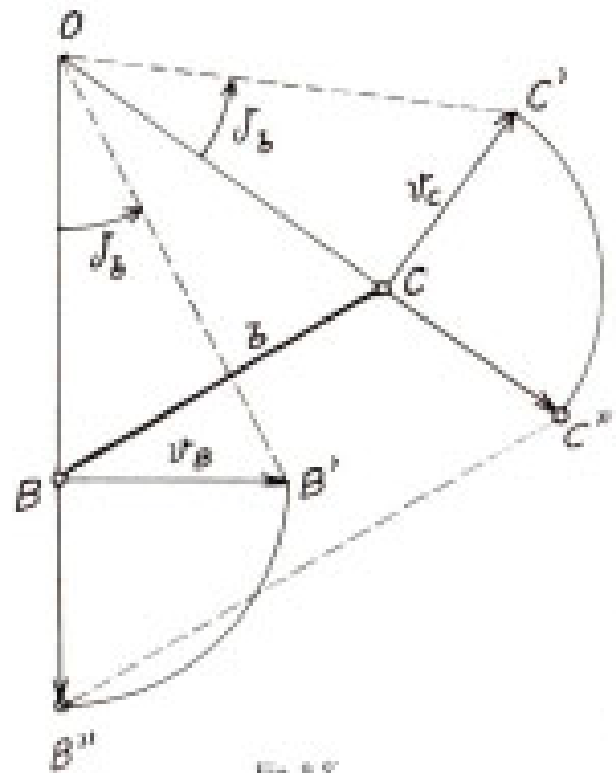


Fig. 9.5'

7. Die um 90° gedrehten Geschwindigkeiten der Figur BCE, Fig. 9.6', eines starren Systems ergeben eine ähnliche und zum Momentanzentrum O ähnlich gelegene Figur $B'C'E'$.

Es ist $\triangle B'C'E' \sim \triangle BCE$.

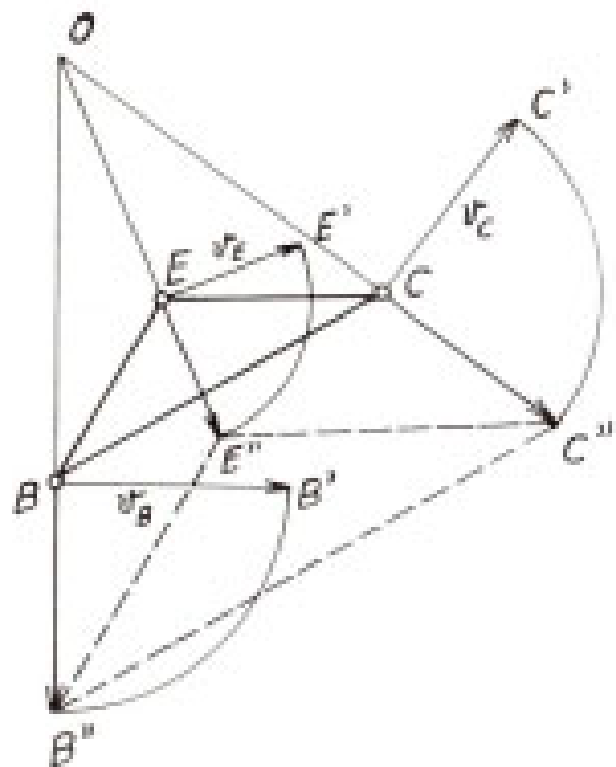


Fig. 9.6'

8. Trägt man von einem Punkt O , die Geschwindigkeiten einer Figur, z. B. von BCE , Fig. 9.6, auf, so erhält man eine ähnliche Figur.

In Fig. 9.7 ist $O_0B_0 = BB'$ von Fig. 9.6.

$O_0C_0 = CC'$ von Fig. 9.6.

$O_0E_0 = EE'$ von Fig. 9.6.

Es ist $\triangle B_0C_0E_0 \sim \triangle BCE$.

9. Allgemein ist für ein starres System die Geschwindigkeit eines Punktes, z. B. von C , gleich der Geschwindigkeit eines anderen Punktes, z. B. von B , vermehrt um die Geschwindigkeit der Punkte C um B .

Es ist $v_C = v_B + v_{C \text{ um } B}$.

In Fig. 9.7 ist $v_C = O_0C_0$

$v_B = O_0B_0$

und da $O_0C_0 = O_0B_0 + B_0C_0$

ergibt sich $v_{C \text{ um } B} = B_0C_0$.

Da $v_{C \text{ um } B}$ nur aus einer Drehung von C um B bestehen kann, muß B_0C_0 von Fig. 9.7 senkrecht stehen auf BC von Fig. 9.6.

Daraus ergibt sich der Satz:

Der Geschwindigkeitsplan $B_0C_0E_0$ (Fig. 9.7) ist eine Figur, deren Seiten zu den entsprechenden Seiten der bewegten Figur BCE (Fig. 9.6) senkrecht stehen.

10. In Fig. 9.8 ist $A B C D$ ein Kurbelgelenkmechanismus. Das Glied AD ist festgehalten. Der Kurbelzapfen B führt um die Kurbelachse volle Umdrehungen aus, während das Gelenk C dabei den Kreisbogen zwischen C_1 und C_2 beschreibt.

Der Kurbelzapfen B habe eine konstante Geschwindigkeit BB' , wobei der Geschwindigkeitsmaßstab so gewählt sei, daß der Größe nach $BB' = BA$.

Das Momentanzentrum der Bewegung des Gliedes $BC = b$ liegt in O , dem Schnittpunkt der Gelenkverbindungen $AB = a$ und $CD = c$. Wird der Geschwindigkeitsvektor $BB' = v_B$ um 90° nach BA gedreht, und die Geschwindigkeitsvektor $CC' = v_C$ im selben Drehsinn ebenfalls um 90° nach CC' , so ist $AC' \perp BC$, weil die Geschwindigkeiten von B und C proportional den Abständen dieser Punkte vom Momentanzentrum O sind.

Es verhält sich $v_B : v_C = OB : OC$,

und dementsprechend

wegen $BA = v_B$ und $CC' = v_C$

ist $BA : CC' = OB : OC$.

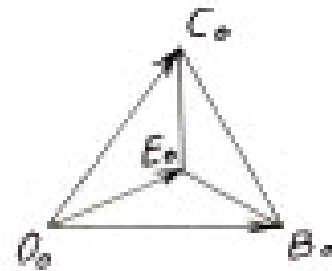


Fig. 9.7

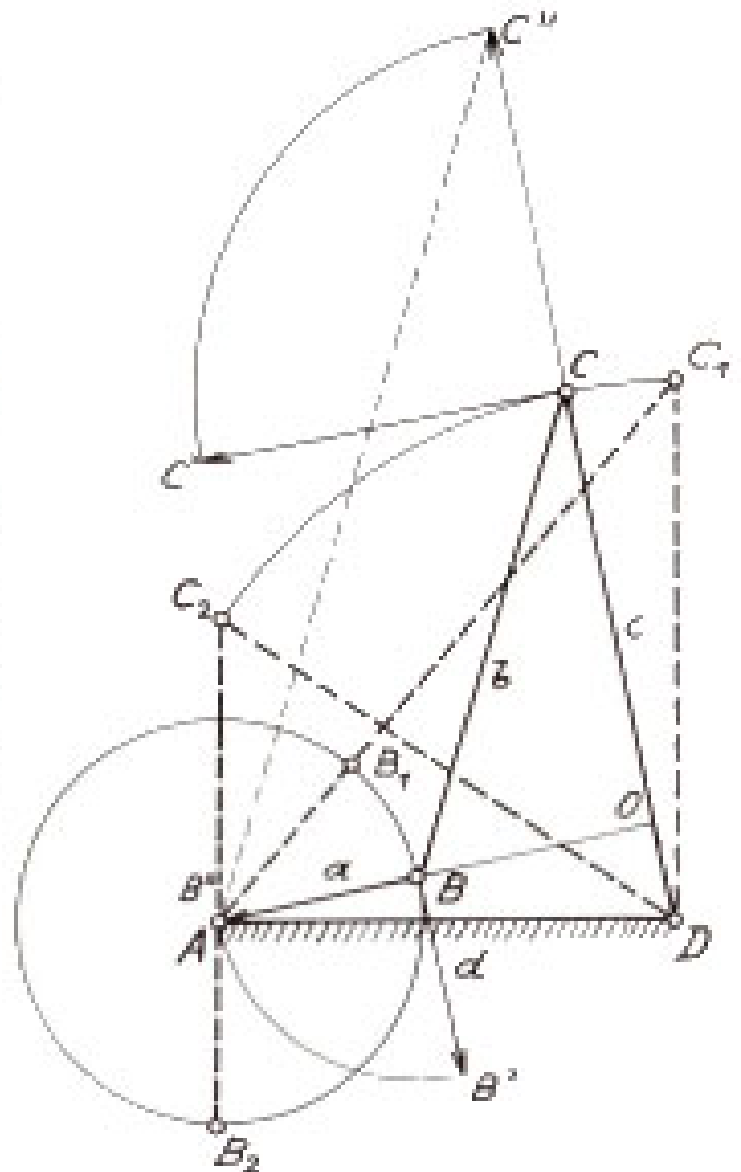
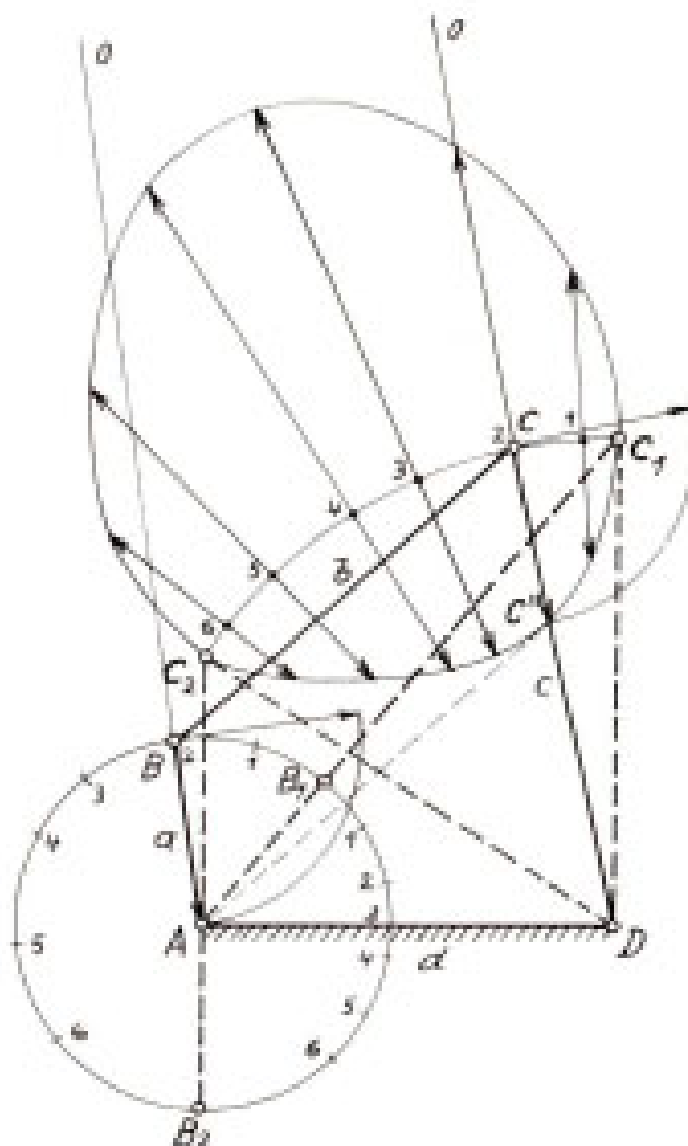


Fig. 9.8

11. In Fig. 9.9' ist diese Konstruktion für verschiedene Stellungen C (1 bis 6) für den Hin- und Rückgang durchgeführt.

Für die Stellung A, B, C, D ergibt sich für die gedrehte Geschwindigkeit von C die Größe CC^* mit $AC^* = BC$.

Das Momentenanzentrum O für die Bewegung des Gliedes $BC = b$ liegt als Schnittpunkt von $AB = a$ und $CD = c$ außerhalb des Zeichenblattes.



In Fig. 9.10' ist der Kreisbogen C_1C_2 in eine gerade Linie ausgedehnt und es sind über die einzelnen Stellen 1 bis 6 die Geschwindigkeiten des Gelenkzapfens C aufgetragen.

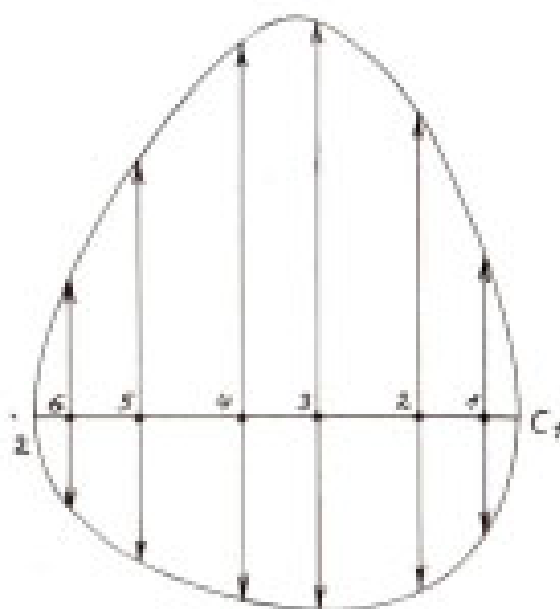


Fig. 8.10f

1. Während bei einer Drehung um eine feste Achse A, Fig. 9.1', jeder Punkt B des Systems einen Kreis mit dem Mittelpunkt in der Drehachse A beschreibt, wobei die Geschwindigkeiten der Punkte proportional dem Abstand vom Krümmungsmittelpunkt seiner Bahn ist.

$$v_B = BB' = AB \cdot \operatorname{tg} \beta = AB \cdot \omega$$

ist dies bei einer allgemeinen ebenen Bewegung eines starren Systems nicht mehr der Fall.

2. Bei einer allgemeinen ebenen Bewegung eines starren Systems wandert der Momentenpol längs einer festen Polbahn f, Fig. 9.2', wobei stets ein anderer Punkt des beweglichen Systems zur Ruhe kommt — welche Punkte auf dem beweglichen System die sogenannte bewegliche Polbahn b bilden. Dabei rührt die bewegliche Polbahn b auf der festen Polbahn f ab.

Die Geschwindigkeit, mit der das Momentenzenrum O auf der festen Polbahn f wandert, heißt Polwechselgeschwindigkeit.

(u in Fig. 9.2')

3. Es soll nun für das Kurbelgetriebsviereck ABCD, Fig. 9.3', für die gegebene Geschwindigkeit $v_B = BB'$ des Kurbelglenks B die Polwechselgeschwindigkeit u des Momentenpols O für die Bewegung des Gliedes BC = b gesucht werden.

a) Den Momentenpol O für die Bewegung des Gliedes BC = b erhält man aus dem Schnittpunkt der Gelenkverbindungen AB und CD.

b) Der Punkt O als Punkt der Geraden AB = a besitzt senkrecht zu ihr die Geschwindigkeit, Fig. 9.4', $u = OD'$

$$AO \cdot \operatorname{tg} \beta_a = AO \cdot \omega_a$$

da auch $v_B = BB' = AB \cdot \operatorname{tg} \beta_a = AB \cdot \omega_a$

mit $\operatorname{tg} \beta_a = \omega_a$ gleich der Winkelgeschwindigkeit des Gliedes a um A.

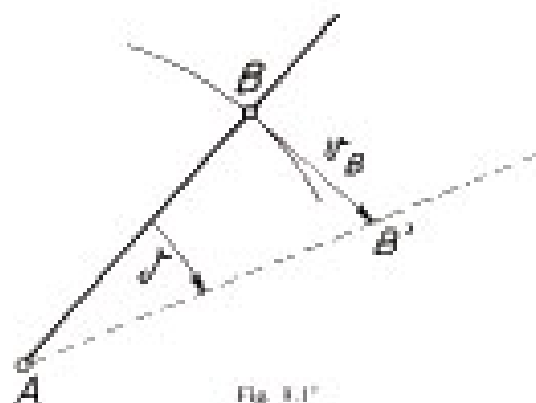


Fig. 9.1'

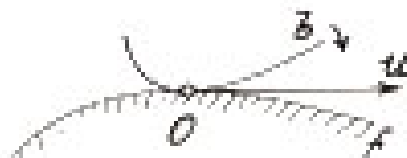


Fig. 9.2'

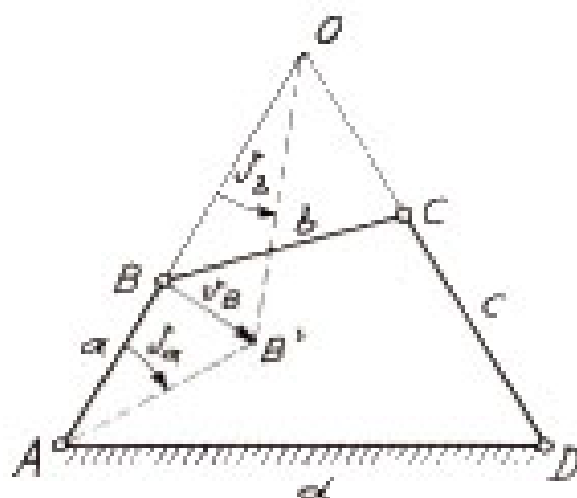


Fig. 9.3'

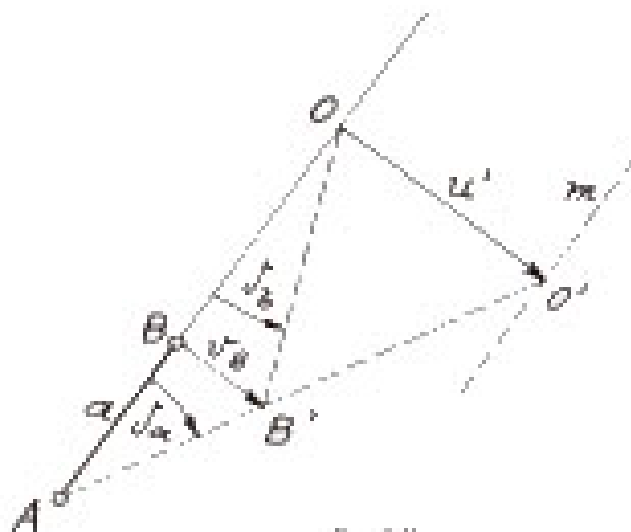


Fig. 9.4'

- c) Die Winkelgeschwindigkeit des Gliedes b, Fig. 9.5', um O erhält man aus der Geschwindigkeit $v_B = BB'$ des Punktes B durch

$$\omega_b = \operatorname{tg} \beta = \frac{BB'}{OB}$$

und diese muß auch gleich sein

$$\omega_b = \operatorname{tg} \beta_b = \frac{CC'}{OC}$$

- d) Damit erhält man ähnlich wie für das Glied a jetzt für das Glied c die Winkelgeschwindigkeit um D, Fig. 9.5', aus

$$\omega_c = \operatorname{tg} \beta_c = \frac{CC'}{DC}$$

und damit auch die Geschwindigkeit des Momentanpoles O senkrecht zu c mit

$$u' = OO' = DO \cdot \operatorname{tg} \beta_c = DO \cdot \omega_c$$

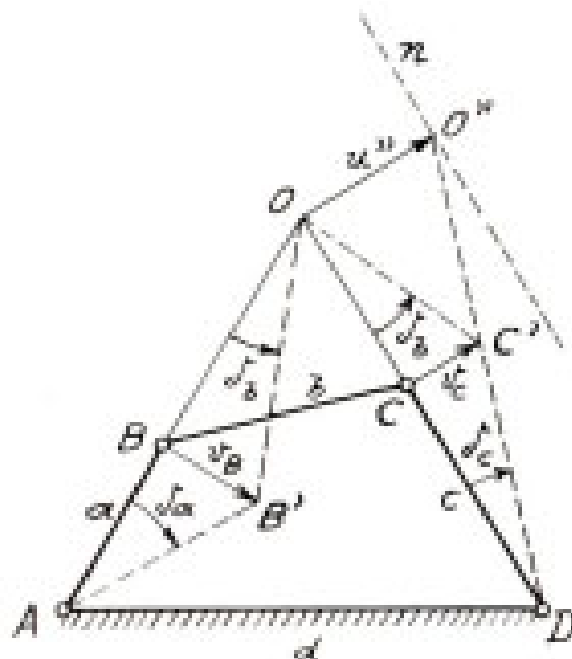


Fig. 9.5'

- e) Ist $m \perp AO$, Fig. 9.4', durch O'
 $n \perp DO$, Fig. 9.5', durch O'

so ist S der Schnittpunkt von m und n, Fig. 9.6', der Endpunkt des Vektors $OS = u$, der senkrecht zu a die Geschwindigkeit u' und senkrecht zu c die Geschwindigkeit u'' besitzt, somit die Geschwindigkeit des Schnittpunktes O vorstellt, d. h. die Polwechselgeschwindigkeit u.

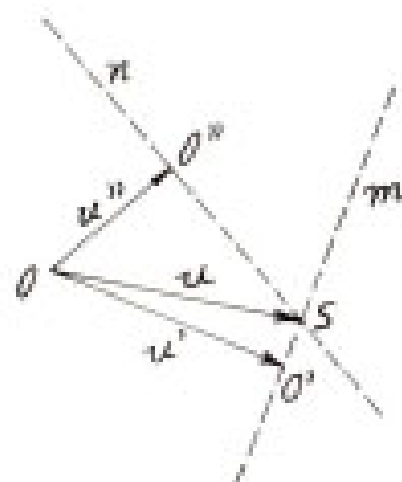


Fig. 9.6'

4. Umgekehrt, kennt man die Polwechselgeschwindigkeit eines ebenen bewegten starren Systems, für eine gegebene Winkelgeschwindigkeit, dann läßt sich nach Fig. 9.4' für einen Punkt B der Krümmungsmittelpunkt seiner Bahn als der Drehpunkt A des durch den Punkt B gehenden Normalestrahls a bestimmen. Man hat nur die Endpunkte der Geschwindigkeitskomponente O' des Momentanpoles O senkrecht zum Strahl a mit dem Endpunkt des Geschwindigkeitsvektors B' des Punktes B zu verbinden und diese Gerade mit dem Strahl a zum Schnitt zu bringen (Hartmannsche Konstruktion). In Fig. 9.7' ist diese Konstruktion für einen Punkt E des Systems des Gliedes b durchgeführt.

Es ist $OO'' \perp OE$

$$SO'' \perp OE$$

$$EE' = OE \cdot \operatorname{tg} \beta_b = OE \cdot \omega_b$$

und $F = OE \cdot O''E'$

der Mittelpunkt der Bahn des Punktes E.

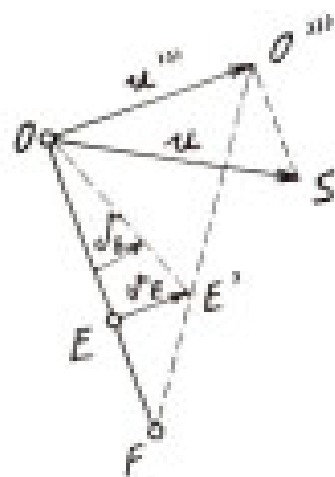


Fig. 9.7'

3 In Fig. 9.5' seien vor der ebenen Bewegung eines starren Systems gegeben:

a) das Momentanzentrum O

b) die Polwechselgeschwindigkeit $u = \dot{O}$ der Größe und der Richtung nach, und

c) die Winkelgeschwindigkeit $\omega = \dot{\varphi}$.

Es sind zunächst die Krümmungsmittelpunkte der Bahnen der Punkte auf der Polbahnformeln ρ aufzusuchen.

a) Für einen Punkt A erhält man seine Geschwindigkeiten $v_A = AA'$ aus der Beziehung

$$v_A = AA' = OA \cdot \omega = OA \cdot \dot{\varphi}$$

Der Krümmungsmittelpunkt der Bahn des Punktes A ist jener Punkt der Bahnnormalen, um den sie sich dreht.

Da die Bahnnormale stets durch das Momentanzentrum O geht, besitzt die Bahnnormale in A die Geschwindigkeiten AA' und in O die Geschwindigkeit $u = \dot{O}$.

Somit besitzt der Schnittpunkt A' von AA' und OA wirklich keine Geschwindigkeit, so daß sich die Bahnnormale in A um A' dreht. A' stellt somit den Krümmungsmittelpunkt der Bahn des Punktes A vor (Hartmann'sche Konstruktion).

b) Ebenso erhält man für den Punkt B (Fig. 9.5') aus

$$v_B = BB' = OB \cdot \dot{\varphi} = OB \cdot \omega = v_B$$

in B als Schnittpunkt von BB' und OB denjenigen Punkt der Bahnnormalen in B , um den sich diese dreht. B' ist somit der Krümmungsmittelpunkt der Bahn des Punktes B .

c) Derjenige Punkt W der Polbahnnormalen, dessen Geschwindigkeitsvektor gleich der Polwechselgeschwindigkeit u

$$WW' = \dot{O}W = \dot{O} = u$$

hat seinen Krümmungsmittelpunkt im Unendlichen d_1

$$d_1 W' = \infty W = \infty$$

d) Andererseits ist der Punkt J auf der Polbahnnormalen mit $JO = \dot{O}W$ der Krümmungsmittelpunkt des unendlich fernen Punktes der Polbahnnormalen

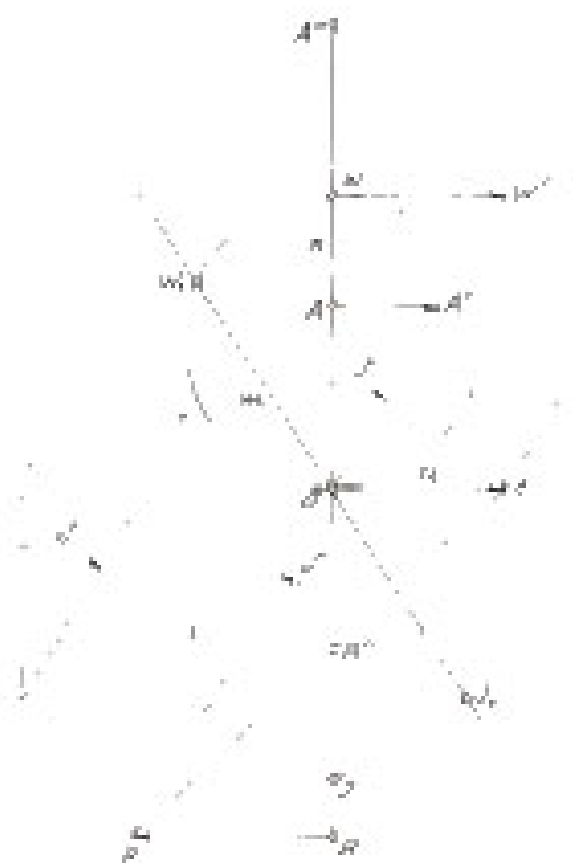


Fig. 9.5'

6. In Fig. 9.9' wird man gezeigt, daß für die gleiche Polwechselgeschwindigkeit u zwei Punkte der Polbahnnormalen n , Punkt A und Krümmungspunkt A_∞ , auf einen anderen, durch den Momentanpol O gehenden Normalstrahl m projiziert, C, C_∞ , wieder zugehörige Punkte und Krümmungsmittelpunkte werden.

Es ist nämlich $OC = OA \cdot \cos \alpha$

$$O' = OI = OI \cdot \cos \alpha = u \cdot \cos \alpha$$

$$OC_\infty = OA_\infty \cdot \cos \alpha$$

ferner $CC' = OC \cdot \tan \delta$

und wegen $AA' = OA \cdot \tan \delta$

ist $CC' = AA' \cdot \cos \alpha$

somit ist $\triangle C_\infty CC' \sim \triangle A_\infty AA'$

und es entspricht C_∞ gemäß Hartmann'scher Konstruktion dem Krümmungsmittelpunkt der Bahn des Punktes C .

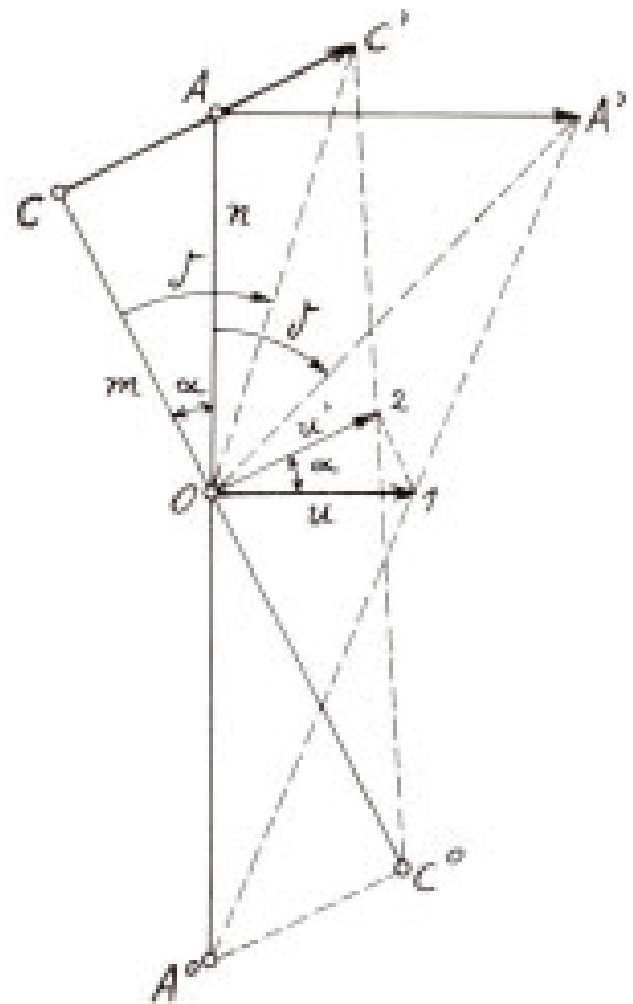


Fig. 9.9'

7. Aus vorstehender Eigenschaft ergibt sich, daß auch in Fig. 9.8' der Punkt W_1 als Projektion auf dem Normalstrahl m ebenso wie W seinen Krümmungsmittelpunkt im Unendlichen hat. Ebenso ist J_1 als Projektion von J auf m der Krümmungsmittelpunkt des unendlich fernen Punktes der Geraden m .

Da die Projektionen des Punktes W auf die Normalstrahlen durch O auf dem Kreis w liegen, stellt dieser den geometrischen Ort aller Punkte dar, die ihren Krümmungsmittelpunkt im Unendlichen haben. Diese Punkte liegen somit in drei unendlich benachbarten Lagen auf einer Geraden, und befinden sich im Wendepunkt der Bahnkrümmung, weshalb der Kreis w Wendekreis genannt wird. Ebenso ist i der Ort der Krümmungsmittelpunkte der unendlich fernen Punkte der Ebene.

8. Unter einer inversen Bewegung versteht man diejenige, welche man erhält, wenn das bewegte System festgehalten wird, und man das feste System die relativ gleiche Bewegung ausführen läßt. In diesem Fall vertauschen Punkt und Krümmungsmittelpunkt ihre Rolle.

Bei der inversen Bewegung haben die Punkte J und J_1 ihren Krümmungsmittelpunkt im Unendlichen, weshalb der Kreis i als Wendekreis der inversen Bewegung bezeichnet wird.

1. Unter Beschleunigung versteht man die Geschwindigkeitsänderung pro Zeiteinheit.

2. Ist in Fig. 9.1'' AB ein starres Glied, das sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um den festen Punkt A dreht, so ist die Geschwindigkeit des Punktes B

$$v_B = BB' = AB \cdot \operatorname{tg} \delta = AB \cdot \omega$$

mit ω als Winkelgeschwindigkeit.

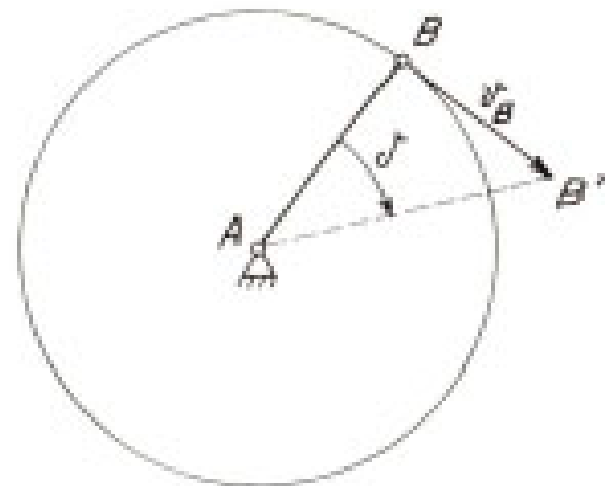


Fig. 9.1''

3. Trägt man die Geschwindigkeit des Punktes B von einem festen Punkt O (Fig. 9.2'') aus auf, $OB_0 = BB' = v_B$, so beschreibt der Punkt B_0 einen Kreis, wobei der Strahl OB_0 ebenfalls die Winkelgeschwindigkeit $\omega = \operatorname{tg} \delta$ besitzt. Bezeichnen wir die Geschwindigkeit des Punktes B_0 (nach Punkt I) als Beschleunigung b_B des Punktes B, so ist

$$b_B = v_{B_0} \cdot \omega$$

und wegen $v_B = AB \cdot \omega$

wird $b_B = AB \cdot \omega^2$

mit einer Richtung senkrecht auf seine Bahn, weshalb diese Beschleunigung auch Normalbeschleunigung heißt und mit b_B^n bezeichnet wird.

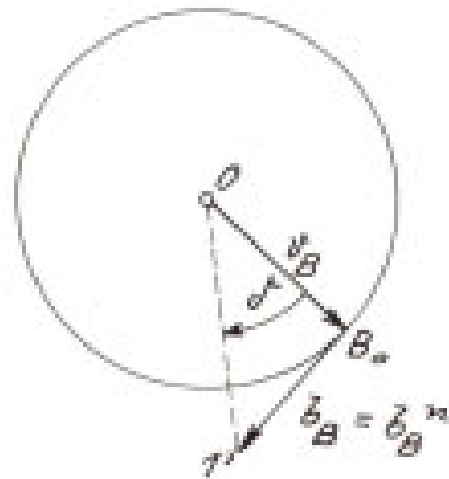


Fig. 9.2''

4. Bewegt sich der Punkt B auf seiner Kreishahn nicht gleichförmig (Fig. 9.3''), sondern besitzt der Strahl AB noch eine Beschleunigung, das ist eine Geschwindigkeitsänderung pro Zeiteinheit von der Größe $\lambda = \operatorname{tg} \gamma$, so hat der Punkt B neben seiner Normalbeschleunigung b_B^n noch eine Tangentialbeschleunigung.

$$b_B^t = AB \cdot \operatorname{tg} \gamma = AB \cdot \lambda$$

Beide zusammen geben vektoriell die Beschleunigung des Punktes B.

Es ist

$$b_B = b_B^n + b_B^t = AB \cdot \omega^2 + AB \cdot \lambda$$

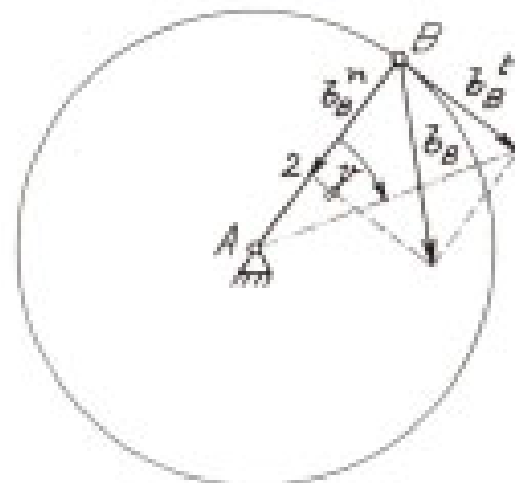


Fig. 9.3''

5. Steht der Punkt A, um den sich der Punkt B gemäß seiner starren Verbindung AB dreht, nicht still, sondern besitzt er ebenfalls eine Beschleunigung b_A (Fig. 9.4''), dann setzt sich die Beschleunigung des Punktes B zusammen aus

$$b_B = b_A + b_{B \text{ um } A}$$

$$\text{mit } b_{B \text{ um } A} = AB \cdot \omega^2 + AB \cdot \lambda.$$

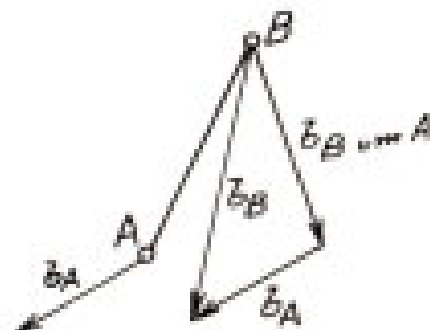


Fig. 9.4''

6. Aus Fig. 9.3'' ist zu erkennen, daß bei einer Drehung eines starren Systems um einen festen Punkt, die Beschleunigung aller Punkte des Systems (b_B) proportional ihrem Abstand AB von der Drehachse sind, und mit der Verbindung (BA) der festen Achse (A) die Beschleunigung (b_B) den gleichen Winkel einschließen.

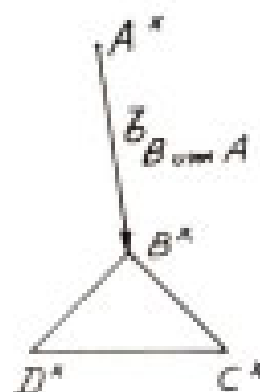


Fig. 9.5''

7. Trägt man daher von einem Punkt A_0 (Fig. 9.5''), die Beschleunigungen der Punkte einer um die Achse A drehenden Figur BCD auf (B_0, C_0, D_0), so ist das $\triangle B_0C_0D_0$ ähnlich dem $\triangle BCD$.

8. Besitzt nun Punkt A selbst eine Beschleunigung b_A und denkt man sich den Punkt A_0 durch Auftragen des Beschleunigungsvektors b_A gefunden, so bleibt die Ähnlichkeitsbeziehung der Figur aufrecht und die Vektoren vom Punkte P nach B_0, C_0, D_0 stellen nun die neuen Beschleunigungen der Punkte B, C, D vor. Der so erhaltene Beschleunigungsplan, z. B. $\triangle B_0C_0D_0$, ist ähnlich dem $\triangle BCD$.

9. Der Punkt P, von dem aus die Beschleunigungen ausgehen, heißt Beschleunigungspol und er entspricht jenem Punkt der Ebene, deren Beschleunigung null ist.



Fig. 9.6''

10. Es sei noch gezeigt, wie man aus der Polwechselgeschwindigkeit u und der Winkelgeschwindigkeit $\omega = \dot{\varphi}$, die Beschleunigung des mit dem Momentanpol zusammenfallenden Systempunktes erhalten kann. Während im ersten Zeitpunkt, der mit dem Momentanpol O zusammenfallende Systempunkt S die Geschwindigkeit null hat, wandert der Momentanpol O in der Zeiteinheit um die Polwechselgeschwindigkeit u weiter (Fig. 9.7''). Dadurch erhält der Systempunkt S infolge der Winkeldrehung des Systems mit $\dot{\varphi} = \omega$ eine Winkelgeschwindigkeit $-\dot{\varphi} = -\omega$, welche die Geschwindigkeitszunahme ist und somit die Beschleunigung b , vom Punkte S vorstellt:

$$b_s = -u \cdot \omega$$



Fig. 9.7''

11. In Fig. 9.8'' sei folgende Aufgabe gelöst:

ABCD sei ein Gelenkviereck mit festgehaltenem Glied AD = d.

Die Kurbel AB = a führe um das feste Gelenk A eine gleichförmige Drehung $\omega_a = \text{tg } \delta_a = 1$ aus. Es sind die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der Gelenke B und C sowie die Winkelgeschwindigkeiten und Winkelbeschleunigungen der Glieder BC = b und CD = c zu suchen.

Dreht man die Geschwindigkeit von B $v_B = B1$ um B um 90° , so muß wegen $v_B = B1 = AB \cdot \text{tg } \delta = AB \cdot \omega_a$ und $\omega_a = 1$, $B1 = BA$ sein.

Mit $A2 \perp BC$ und $C2 = C3$ mit $C3 \perp DC$ erhält man die Geschwindigkeit $v_C = C3$, da B und C dem starren Glied b angehören und nach Satz Fig. 9.5 die gedrehten Geschwindigkeiten von B und C daher eine parallele Linie $A2 \perp BC$ ergeben müssen.

Es ist $v_C = C3 = DC \cdot \text{tg } \delta_c = DC \cdot \omega_c$ mit $\omega_c = \text{tg } \delta_c$, der Winkelgeschwindigkeit vom Glied c.

Da $v_C = v_B + v_{C \text{ um B}}$

Ist mit $1B = 34 = -v_B$

$$C4 = v_C - v_B = v_{C \text{ um B}}$$

Wegen $v_{C \text{ um B}} = BC \cdot \text{tg } \gamma_b = BC \omega_b$

Ist $C4 = BC \cdot \text{tg } \delta_b$, Winkel $CB4 = \delta_b$

und $\text{tg } \delta_b = \omega_b$ die Winkelgeschwindigkeit vom Glied b. Da das Gelenk B um A eine gleichförmige Drehung ausführen soll, ist seine Tangentialbeschleunigung null, und nach der Winkelbeschleunigung der Kurbel AB = a gleich null. Die Beschleunigung des Gelenkes B besteht somit nur in seiner Normalbeschleunigung von der Größe $AB \cdot \omega_a^2 = AB (\text{tg } \delta_a)^2$. Dies ergibt mit der Annahme von $\omega_a = \text{tg } \delta_a = 1$ den Vektor BA als Beschleunigung b, des Punktes B.

Von der Beschleunigung des Punktes C kennt man zunächst die Normalbeschleunigung seiner Bahn entsprechend der Drehung um D. Es ist $b_c^N = CD \cdot (\text{tg } \delta_c)^2 = CD \cdot \omega_c^2$.

Mit $35 \perp C3$ und $C5 \perp D3$

ergibt sich wegen $C3 = DC \cdot \text{tg } \delta_c$

$$35 = C3 \cdot \text{tg } \delta_c = DC \cdot (\text{tg } \delta_c)^2 = b_c^N$$

Unbekannt ist nur noch die Tangentialbeschleunigung des Punktes C längs seiner Bahn, so daß der Endpunkt des Vektors b_c auf der Geraden $39 \perp C3$ liegen muß. Von der Bewegung des Gelenkes C um Gelenk B kennt man bereits die Winkelgeschwindigkeit $\text{tg } \delta_b = \omega_b$ von $BC = b$.

Es ist $C4 = BC \cdot \text{tg } \gamma_b$

Zeichnet man $46 \perp BC$ und $C6 \perp B4$, so erhält man in $46 = C4 \cdot \text{tg } \gamma_b = BC \cdot (\text{tg } \delta_b)^2 = BC \cdot \omega_b^2 = b_c^N \text{ um B}$ so daß von der Beschleunigung der Bewegung des Punktes C um B nur noch der tangentielle Teil $BC \cdot \text{tg } \gamma_b$ fehlt.

Da $b_c = b_B + b_{C \text{ um B}}$

erhält man mit $C7 = BA = b_B$

$$78 = 46 = b_c^N \text{ um B}$$

daß der Endpunkt 9 von b_c an $39 \perp C4$ liegen muß, und somit im Schnittpunkt mit $39 \perp C3$. Es ist somit $89 = b_c^N \text{ um B}$, die gesuchte Tangentialkomponente von C um B.

Mit $91' \perp C3$ erhalten wir in $C1'$ die Tangentialkomponente der Beschleunigung des Gelenkes C längs seiner Bahn und

$$\alpha CD1' = \gamma_c \text{ die } \alpha\text{-Größe für}$$

die Winkelbeschleunigung $\text{tg } \gamma_c = \lambda_c$ des Gliedes $DC = c$.

Mit $C2' = 89$, erhält man mit Winkel $CB2' = \gamma_b$ für $\text{tg } \gamma_b = \lambda_b$ als Winkelbeschleunigung von $BC = b$.

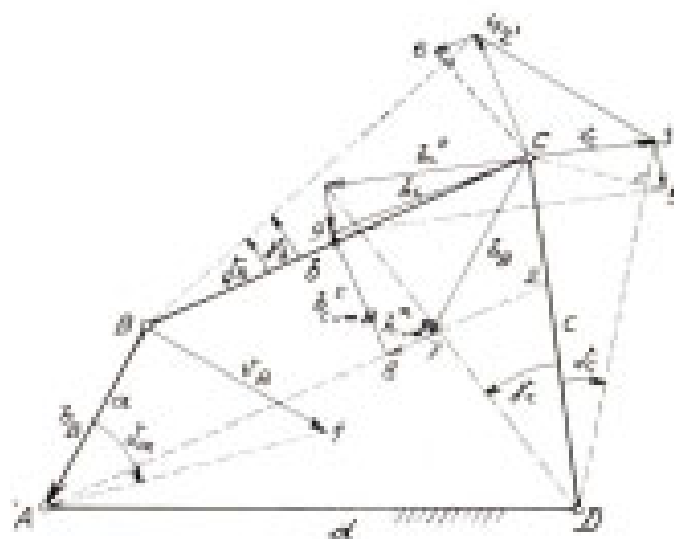


Fig. 9.8''

Die Coriolisbeschleunigung

1. Bewegt sich ein Punkt A in einem bewegten System mit der relativen Geschwindigkeit v_r , Fig. 9.9'', und der Punkt des bewegten Systems zum festen System mit Führungsgeschwindigkeit v_f , so ist die Geschwindigkeit des Punktes A zum festen System $v_A = v_f + v_r$.

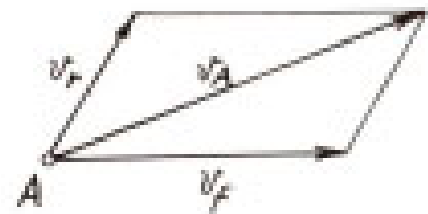


Fig. 9.9''

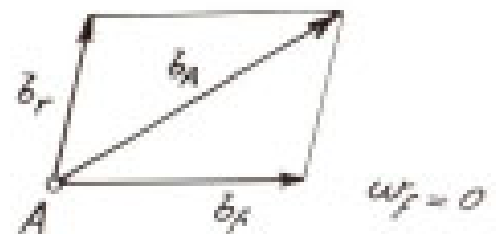


Fig. 9.10''

2. Besitzt der Punkt A in einem bewegten System die Beschleunigung b_r , Fig. 9.10'', und hat der mit A zusammenfallende Punkt des bewegten Systems gegen das feste System die Beschleunigung b_f , so ist nur dann die Beschleunigung des Punktes A gegen das feste System $b_A = b_r + b_f$, wenn das Führungssystem keine Drehbewegung ausführt ($\omega_f = 0$). Führt das Führungssystem (Unterlage) Fig. 9.11'' eine Drehbewegung mit der Winkelgeschwindigkeit ω_f aus, dann ist die Beschleunigung des Punktes A $b_A = b_r + b_f + 2\omega_f v_r$, wobei v_r die Relativgeschwindigkeit des Punktes auf dem bewegten System ist.

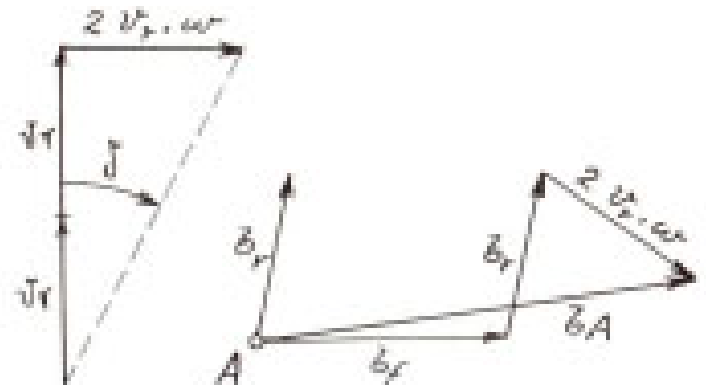


Fig. 9.11''

3. Die Coriolisbeschleunigung möge an einem einfachen Beispiel erläutert werden:

Um eine feste Achse drehe sich eine Stange b, Fig. 9.12'', mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\omega_b = \text{tg } \delta_b$. Mit welchen Geschwindigkeiten und Beschleunigungen wird der Schnittpunkt S mit einer Stange s sich längs dieser Stange weiterbewegen.

- a) Ist $\omega_b = \text{tg } \delta_b$ die Winkelgeschwindigkeit der Stange b, so bewegt sich der Punkt B der Stange mit

$$v_B = AB \cdot \omega_b = AB \cdot \text{tg } \delta_b = B1$$

Es muß sein $v_s = v_B + v_r$.

Da v_r in Richtung b verläuft und v_s in Richtung s erhält man mit 12:b

$$v_s = 12$$

$$\text{und } v_b = B2.$$

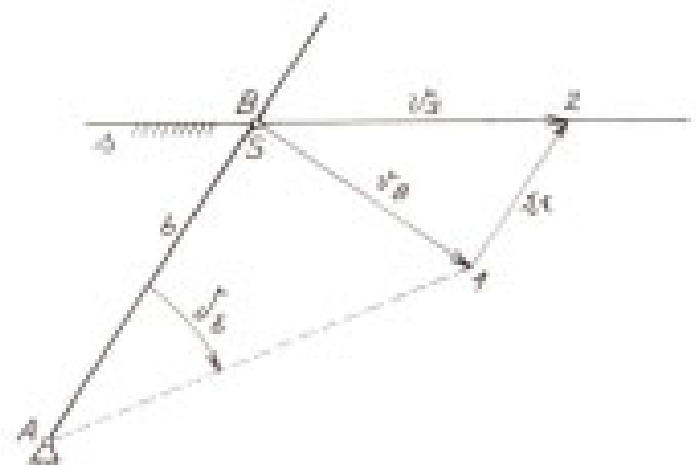


Fig. 9.12''

b) Bezüglich der Beschleunigungen muß die Beschleunigung des Punktes S in Richtung s erfolgen. Wegen der konstanten Geschwindigkeit des Strahles b beschreibt der Punkt B auf b einen Kreis um A mit der Zentripetalbeschleunigung $AB \cdot \omega_b^2$ (Fig. 9.13''). Man erhält diese aus $13 \perp AB$ und $B3 \perp A1$. Hierbei ist $B5 = 13 = AB \cdot (\lg \delta_b)^2 = AB \cdot \omega_b^2 = b_b$. Wegen $b_b = b_b + b_s + 2\cos v_1$. Erhält man mit $46 = 14 = v_1$

$$67 = 16 \cdot \lg \delta_b = 2v_1 \cdot \lg \delta_b = 2v_1 \cdot \omega_b$$

$$58 = 67 \text{ und } 89 \perp AB$$

gibt $89 = b_s$

und $B9 = b_s$

Indem $B9 = B5 + 58 + 89 =$

$$= b_b + 2\cos v_1 + b_s \text{ ist.}$$

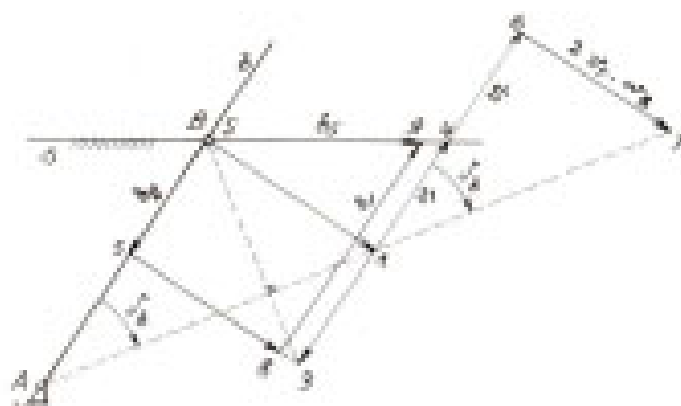


Fig. 9.13''

4. In Fig. 9.14'' ist eine schwingende Kurbelschleife mit Schleife beim Kurbelzapfen dargestellt, wie sie bei Hobelmaschinen angewendet wird. Um die Schwinde $CD = d$ bei D längs einer Geradföhrung e bewegen zu können, ist das Gelenk C an einer Schwinde e befestigt, die um einen festen Gelenkzapfen B drehbar ist.

Es soll man für eine Geschwindigkeit $v_A = A1$ des Kurbelzapfens A die Geschwindigkeit des Kreuzkopffapfens D ermittelt werden, und ferner der Krümmungsmittelpunkt der Bahn des Schieberpunktes S gesucht werden, der mit dem Kurbelzapfen A augenblicklich zusammenfällt.

- a) Vom Schieber $CD = d$ bewegt sich das Gelenk D längs der Geraden e und C dreht sich um B. Das Momentanzentrum O von d erhält man somit aus $DO \perp e$, mit O auf BC gelegen.

Der bei A gelegene Punkt S des Schieber C hat daher eine Geschwindigkeitsrichtung $S2 \perp OS$ und mit $12 \perp CD$ wird $v_S = S2$ erhalten, da sowohl A wie S senkrecht zu $CD = d$ gleiche Geschwindigkeit besitzen.

- b) Dreht man die Geschwindigkeit von S nämlich $v_S = S2$ um 90° nach $S3$ und zeichnet $634 \perp CD$, so erhält man durch $D7 = D6$ und $C5 = C4$ die Geschwindigkeiten von D und C als Punkte des um O drehenden Systems $CD = d$.

- c) Um den Krümmungsmittelpunkt der Bahn des Punktes S nach der Hartmannschen Konstruktion zu ermitteln, muß zunächst die Polwechselgeschwindigkeit u des Momentanzapfels aufgesucht werden.

Mit $08 \perp BO$ erhält man auf B5 den Punkt 8 für $O8 = u'$, die Geschwindigkeitskomponente von u senkrecht zu BO.

Mit $79 \perp e$ und $O9 \perp DO$ erhält man in $O9 = u''$ eine zweite Komponente der Polwechselgeschwindigkeit.

Durch $91' \perp O9$ und $81' \perp O8$ wird $u = O1'$ erhalten.

- d) Mit $O2' \perp SO$ und $1'2' \perp SO$ ergibt sich $O2' = u''$ die Komponente der Polwechselgeschwindigkeit senkrecht auf SO. Der Krümmungsmittelpunkt S^1 der Bahn des Punktes S liegt auf $2'2$ und ist jener Punkt der Bahnnormalen SO, um den sich diese dreht.

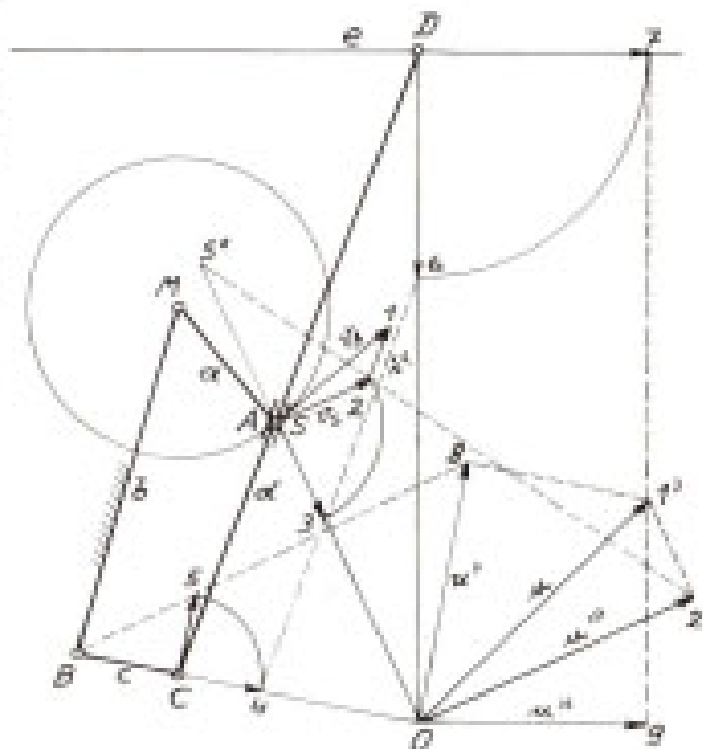


Fig. 9.14''

In Fig. 15'' sind die Beschleunigungsverhältnisse gemäß 14'' dargestellt, für die dort angegebenen Geschwindigkeitsverhältnisse. Da die Kurbel nur eine gleichförmige Drehung ausführt, besitzt der Kurbelzapfen A nur eine Normalbeschleunigung längs seiner Kreisbahn und zwar von der Größe $b_A = MA \cdot \omega_A^2$, Fig. 9.15''.

Wegen der Annahme von $\omega_A = 1$ ist $b_A = AM$.

Der mit A zusammenfallende Punkt S des Gliedes d hat den Krümmungsmittelpunkt seiner Bahn in S^N , wie in Fig. 9.14'' ausgemittelt wurde, so daß die Normalbeschleunigung b_S^N längs seiner Bahn aus der Winkelgeschwindigkeit $\omega_d = \text{tg } \delta_d$ seiner Bahnnormalen erhalten wird.

$$\text{Es ist } \text{tg } \delta_d = \frac{S2}{S^N S} \text{ und } b_S^N = S^N S \cdot (\text{tg } \delta_d)^2.$$

Es ist in Fig. 15'' $23 \perp S2$ und $S3 \perp S^N S$ und weiter $S4 = 23 = b_S^N$.

Unbekannt ist noch, der Größe nach, die Tangentialbeschleunigung b_S^T des Punktes S längs seiner Bahn.

Der Kurbelzapfen A beschreibt auf dem Glied d eine Relativbewegung mit der Relativgeschwindigkeit $v_r = 21$.

Fällt man das Glied als Führungssystem auf, wobei A auf d eine Relativbewegung ausführt, so ist $b_S = b_S^N + b_S^T$ die Führungsbeschleunigung und wegen der Winkelgeschwindigkeit $\omega_d = \text{tg } \delta_d$ die Coriolisbeschleunigung

$$b_{CS} = 2 \cdot v_r \cdot \omega_d$$

Mit $21 = 15 = v_r$ ist $b_{CS} = 25 \cdot \text{tg } \delta_d = 55'$.

Die Relativbeschleunigung des Kurbelzapfens A auf dem Glied d ist b_r und der Richtung nach mit SD bekannt.

Mit $6'M = 55'$ erhält man durch $47' \perp S^N S$ und $6'T \perp SD$ im Schnittpunkt T' den Vektor $b_S = S7'$, indem $b_A = b_S + b_r + b_{CS} = b_S^N + b_S^T + b_r + 2 \cdot v_r \cdot \omega_d =$
 $= S4 + 47' + 7'T + 6'M = SM$

Kennt man nun die Beschleunigung des Punktes S vom Glied d, so erhält man die Beschleunigung des Kreuzkopfszapfens D vom Glied d aus

$$b_D = b_S + b_{DS}^N + b_{DS}^T$$

wobei b_{DS}^N die Normalbeschleunigung des Punktes D um S ist und b_{DS}^T die Tangentialbeschleunigung des Punktes D um S, D und S als Punkte des Gliedes d.

Es ist

$$b_{DS}^N = SD \cdot (\text{tg } \delta_d)^2.$$

Mit $D8' = SD \cdot \text{tg } \delta_d$

und $8'9' = D8' \cdot \text{tg } \delta_d$

wobei $D8' \perp SD$

$$8'9' \perp D8'$$

und $D9' \perp S8'$

ist mit $\angle E'SD = \angle SO2 = \delta_d$

wegen $S2 = OS \cdot \text{tg } \delta_d$

wird $8'9' = b_{DS}^N$

Es ist ferner $D1' = S7' = b_S$

$$1'2' = 8'9' = b_{DS}^N$$

$1'3' \perp SD$ und $3'$ auf e.

Damit wird $1'3' = b_{DS}^T$

erhalten, so daß $D3' = b_D$

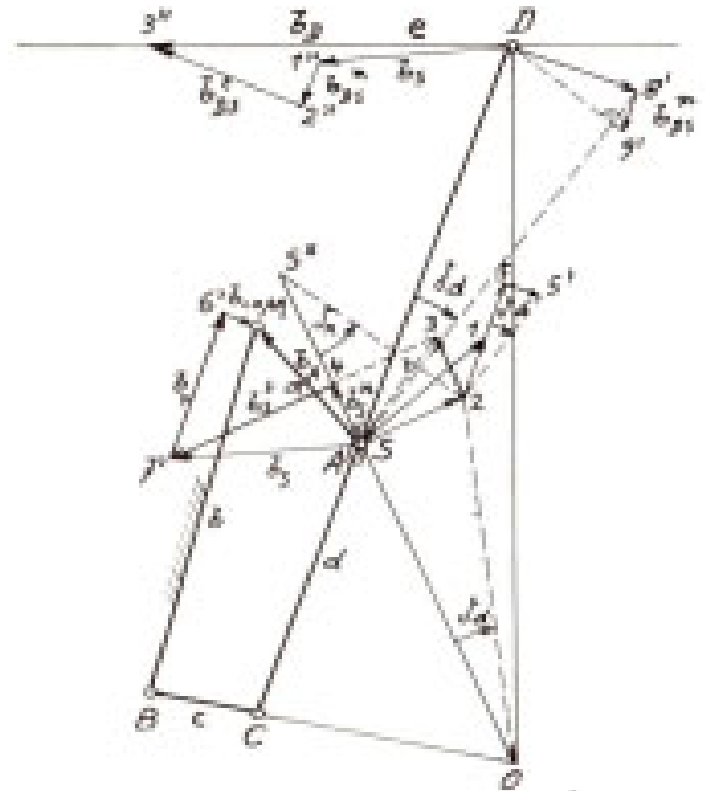


Fig. 9.15''

