THE AUTOMAT

© Registered Trade Mark

GRUPPE 8

Physikalische Grundlagen

Physikalische Größen und Einheiten
Grundeinheiten der Mechanik
Abgeleitete physikalische Größen

- Die Geschwindigkeit
- Die Beschleunigung
- Der Winkel
- Die Winkelgeschwindigkeit
- Die Winkelbeschleunigung

AUTOMAT PRECISION ENGINEERING LTD
LIMMATQUAI 120 ZURICH 1 SWITZERLAND

Printed in Switzerland

1. Physikalische Größen und Einheiten

Das Ziel der Physik ist die Erforschung der Gesetzmäßigkeiten, nach denen die Naturvorgänge in der leblosen Natur ablaufen; z. B. also die Ermittlung des Zusammenhangs von Ort und Zeit beim freien Fall eines Körpers.

Um die physikalischen Gesetze genau formulieren zu können, braucht man *physikalische Größen* wie z. B. Länge, Zeit, Leistung usw. Alle physikalischen Größen erhalten zur Abkürzung ein Buchstabensymbol, z. B. Weg s; Zeit t; Leistung P. Jede physikalische Größe läßt sich angeben durch das Produkt einer Maßzahl mit einer Einheit, z. B. Weg s = 5 m (Bedeutung von 5 m: 5mal mehr als 1 Meter).

Jede physikalische Größe kann in verschiedenen *Einheiten* angegeben werden, z. B. Wege in Meter, Zentimeter, Kilometer usw. Man ist heute bestrebt, nur noch Einheiten zu verwenden, die sich voneinander nur durch reine Zehnerpotenzen unterscheiden. Die verwendeten Vorsilben für die verschiedenen Einheiten sind dann auch nichts anderes als sprachliche Ausdrücke für Zehnerpotenzen, z. B.

Mega abgekürzt M $= 10^6$ = 1 Million
Kilo abgekürzt k $= 10^3$ = 1 Tausend
Milli abgekürzt m $= 10^{-3}$ = 1 Tausendstel
Mikro abgekürzt µ $= 10^{-6}$ = 1 Millionstel

2. Die Grundeinheiten der Mechanik

2.1 Die Grundeinheit der Länge (l) resp. Weg (s)

Bezeichnung: 1 Meter = 1 m

Definition: Unter 1 m versteht man den Abstand der zwei Endstriche auf dem in Paris aufbewahrten Platin-Iridium-Urmeter bei 0° Celsius.

Abgeleitete Einheiten: 1 km $= 10^3$ m
1 mm $= 10^{-3}$ m
1 µm = 1 µ $= 10^{-6}$ m

2.2 Die Grundeinheit der Zeit (t)

Bezeichnung: 1 Sekunde = 1 s

Definition: Eine Sekunde ist der 86 400ste Teil (86 400 = 24 · 60 · 60) eines mittleren Sonnentages. Als Sonnentag bezeichnet man die Zeit zwischen zwei Durchgängen der Sonne durch die Südlinie. (Wegen der elliptischen Bahn der Erde um die Sonne schwankt diese Zeitdauer etwas im Laufe eines Jahres, deshalb *mittlerer* Sonnentag.)

Abgeleitete Einheiten: 1 Minute = 1 min = 60 s
1 Stunde = 1 h = 3600 s

2.3 Die Grundeinheit der Masse (m)

Bezeichnung: 1 Kilogramm = 1 kg

Definition: Der in Paris aufbewahrte Platin-Iridium-Klotz hat die Masse 1 kg.

Abgeleitete Einheiten: 1 Gramm = 1 g $= 10^{-3}$ kg
1 Tonne = 1 t $= 10^3$ kg

2.4 Die Grundeinheit der Kraft (F)

Im Alltag verwendet man meistens den Namen Kilogramm sowohl für die Krafteinheit als auch für die Masseneinheit. Da aber Masse und Kraft zwei ganz verschiedene Begriffe sind, gibt es dauernd Verwechslungen und Fehler, wenn man den zugehörigen Einheiten denselben Namen gibt. Man bezeichnet deshalb neuerdings die Krafteinheit besser mit 1 Kilopond = 1 kp. Die Krafteinheit 1 kp (frühere Bezeichnung kg oder kg*) ist definiert durch die Anziehungskraft der Erde auf den in Paris aufbewahrten Platin-Iridium-Klotz (von 1 kg Masse), und zwar an einem Ort, wo die Fallbeschleunigung der Erde g = 9,80665 m/s² beträgt.

In Paris ist g = 9,80943 m/s²
In Zürich ist g = 9,80665 m/s²

Es hat demnach der in Paris aufbewahrte Platin-Iridium-Klotz eine Masse von 1 kg und ein Gewicht von 1 kp, und es stimmen deshalb auch bei allen anderen Körpern die Maßzahlen der Masse in kg ziemlich genau überein mit den Maßzahlen des Gewichtes. Ein Mensch von z. B. 70 kg Masse hat ein Gewicht von 70 kp. Dies führt gelegentlich zu der falschen Meinung, Masse und Kraft seien dasselbe. Der Unterschied kommt vielleicht am deutlichsten zutage, wenn man in Gedanken einen Körper auf den Mond befördert. Dabei behält nämlich der Körper seine Masse von z. B. 100 kg auch auf dem Mond, während sein Erdgewicht von 100 kp sich auf dem Mond auf 16,5 kp verkleinert.

3. Abgeleitete physikalische Größen

3.1 Die Geschwindigkeit (v)

Für den Spezialfall der *gleichförmigen* Bewegung (z. B.: ein Auto fährt dauernd mit 70 km/h) kann man die Geschwindigkeit einfach definieren durch die Gleichung

$$\text{Geschwindigkeit} \quad \boxed{v = \frac{\text{Weg (s)}}{\text{Zeit (t)}}} \qquad \textbf{P 1}$$

Die Einheiten von v sind also z. B. m/s; cm/s; km/h.

Für den allgemeinen Fall einer Bewegung (z. B. Anfahren eines Autos) muß man den Begriff der Momentangeschwindigkeit (v) definieren durch die Gleichung:

Geschwindigkeit $\boxed{v = \frac{\text{kleiner Wegzuwachs}}{\text{dafür gebrauchter Zeitzuwachs}} \frac{\Delta s}{\Delta t}}$ **P 2**

Die Einheiten sind dieselben wie oben.

NB: Wenn eine physikalische Größe sich ändert, bezeichnet man diese Änderung, d. h. den Zuwachs, mit Δ = Delta und setzt dieses Symbol vor das Größensymbol, also Wegzuwachs = Δs; Zeitzuwachs = Δt; Arbeitszuwachs = ΔA usw.

Die Geschwindigkeit eines Körpers ist durch Maßzahl und Einheit (z. B. 5 m/s) nicht vollständig gegeben. Es gehört noch eine Richtungsangabe dazu. Solche gerichtete Größen nennt man in der Physik *Vektorgrößen* und unterscheidet sie dadurch von den ungerichteten Größen (z. B. Masse, Zeit, Volumen, Temperatur), indem man einen kleinen Pfeil über das Symbol setzt, also

$$\boxed{\vec{v} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}} \quad \textbf{P 3}$$

Die Richtung der Geschwindigkeit ist immer parallel zur Richtung des Wegzuwachses $\Delta \vec{s}$ und somit tangential an die Bahn des Punktes oder Körpers.

3.2 Die Beschleunigung (a)

Def. Beschleunigung $\boxed{\vec{a} = \frac{\text{Geschwindigkeitszuwachs}}{\text{Zeitzuwachs}} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}}$ **P 4**

Einheiten von a somit: $\frac{m/s}{s} = \frac{m}{s^2} = m/s^2$

Richtung des Beschleunigungsvektors $\vec{a}$: So wie der Geschwindigkeitszuwachs $\Delta \vec{v}$ gerichtet ist, d. h. für geradlinige Bewegungen ist der Beschleunigungsvektor in der Bahngeraden;

z. B. Anfahren eines Zuges auf gerader Strecke

z. B. Bremsen eines Zuges.

Für die gleichmäßige Bewegung eines Punktes auf einem Kreis sind die Vektoren $\vec{v}$ und $\vec{a}$ nicht mehr parallel, sondern stehen senkrecht aufeinander.

3.3 Die Umlaufzeit (T) und die Drehzahl (n)

Bei der Drehbewegung einer Maschine oder geometrisch wenn ein Punkt auf einem Kreis umläuft, ist die Umlaufsdauer (T) eine wichtige Größe. Man definiert sie durch die Gleichung:

Umlaufzeit $\boxed{T = \frac{\text{Zeit (t)}}{\text{Anzahl Umläufe(z)}}}$ **P 5**

Einheiten von T: sec. oder min. oder h.

Das reziproke der Umlaufzeit nennt man Drehzahl (n) oder Tourenzahl (n), also

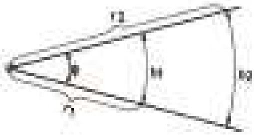
Drehzahl $\boxed{n = \frac{1}{T} = \frac{\text{Anzahl Umläufe}}{\text{Zeit}}}$ **P 6**

Einheiten von n: 1/sec. oder 1/min. = Umdrehungen/min.

3.4 Der Winkel (φ)

In der Physik definiert man einen Winkel φ durch die Gleichung:

Winkel $\boxed{\varphi = \frac{\text{Bogenlänge}}{\text{zugehöriger Radius}} = \frac{b_1}{r_1} = \frac{b_2}{r_2} = \frac{b}{r}}$ **P 7**



Die Einheit des Winkels ist somit eine reine *Zahl*. Statt nun einen Winkel einfach anzugeben als $\varphi = 0{,}75$, schreibt man oft $\varphi = 0{,}75$ radian oder 0,75 arcus-Einheiten. Es gilt aber $\varphi = 0{,}75 = 0{,}75$ rad $= 0{,}75$ arc-E.

Umrechnung von arcus-Einheiten auf Grad:

Der spezielle Winkel $\varphi = 1$ ist derjenige Winkel bei dem Bogenlänge und Radius gleich lang sind. Mißt man denselben Winkel mit der Einheit Grad (wobei 360° = Vollwinkel) so erhält man $\varphi = 57{,}3°$. Man kann diesen Zusammenhang auch ausrechnen aus der Überlegung, daß der Vollwinkel einerseits 360° mißt und andererseits nach unserer Definition

$$\varphi = \frac{\text{Bogenlänge}}{\text{Radius}} = \frac{\text{Kreisumfang } 2\pi r}{\text{Radius } r} = 2\pi = 6{,}28 \text{ ist;}$$

somit $360° = 2\pi = 6{,}28$ $\boxed{57{,}3° = 1 = 1 \text{ rad}}$ **P 8**

Umrechnung von Grad auf arcus-Einheiten:
Beispiel: $\varphi = 0{,}75 = ?$ Grad?
$\varphi = 0{,}75 \cdot 57{,}30° = 42{,}98°$.

3.5 Die Winkelgeschwindigkeit (ω)

Für rotierende Maschinen ist der Begriff Winkelgeschwindigkeit wichtiger als der Begriff Geschwindigkeit. Jeder Punkt der Maschine hat eine bestimmte Geschwindigkeit, aber diese ändert mit dem Abstand des Punktes von der Drehachse. Allen Punkten gemeinsam ist aber eine bestimmte Winkelgeschwindigkeit.

Für *gleichmäßige* Rotation kann man die Winkelgeschwindigkeit (ω) definieren durch

Winkelgeschwindigkeit $\boxed{\omega = \frac{\text{zurückgelegter Winkel}}{\text{gebrauchte Zeit}} = \frac{\varphi}{t}}$ **P 9**

Einheit von ω: 1/sec = rad/sec.

Man gibt hier nie den Winkel in Grad an.

Zusammenhang mit Umlaufzeit T: Nimmt man für den Winkel φ gerade den Vollwinkel $\varphi = 2\pi$, so ist die zugehörige Zeit gerade die Umlaufzeit T. Man erhält

somit $\boxed{\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n}$ **P 10**

1. Beispiel: $T = \frac{1}{5}$ sec. $= 0{,}2$ s; $\omega = ?$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}2\text{ s}} = 31{,}4 \text{ rad/sec.}$$

Wenn die Drehbewegung *ungleichmäßig* ist, ändert die Winkelgeschwindigkeit im Laufe der Zeit und deshalb muß die Definition noch präziser werden:

$\boxed{\omega = \frac{\text{Winkelzuwachs}}{\text{Zeitzuwachs}} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}}$ **P 11**

Der *Zusammenhang* zwischen *Winkelgeschwindigkeit* ω eines rotierenden Körpers und der *Geschwindigkeit* v eines Punktes im Abstand *r* von der Drehachse, errechnet sich wie folgt:

$$\text{Geschwindigkeit } v = \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}} = \frac{\text{Bogenlänge}}{\text{Zeit}}$$

also $\boxed{v = r\,\omega}$ **P 12**

1. Beispiel: Wenn eine Maschine mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = 31{,}4$ rad/sec. rotiert, wie groß ist dann die Geschwindigkeit v eines Punktes im Abstand $r = 0{,}5$ m von der Drehachse?

Lösung: $v = r \cdot \omega = 0{,}5\text{ m} \cdot 31{,}4\,\frac{1}{\text{sec}} = 15{,}7 \text{ m/sec.}$

2. Beispiel: Es ist die Umfangsgeschwindigkeit einer Welle zu berechnen, die einen Durchmesser $d = 40$ mm hat und mit einer Drehzahl $n = 500$ Umdrehungen pro Minute dreht.

Lösung: Wir lösen vorerst die Aufgabe algebraisch, d. h. mit Buchstaben um eine allgemeine Formel für solche Aufgaben zu erhalten und setzen erst am Schluß die gegebenen Zahlen ein.

Nach Formel P 12 berechnet sich die Geschwindigkeit v eines Punktes im Abstand *r* von der Drehachse nach $v =$

$$r \cdot \omega = \frac{d}{2} \cdot \omega.$$

Meistens kennt man von einer Maschine nicht die Winkelgeschwindigkeit ω, sondern die Drehzahl n. Den Zusammenhang zwischen diesen beiden Größen liefert Formel P 10, nämlich $\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$.

Kombiniert man diese beiden Formeln, so erhält man

$\boxed{v = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot n = d \cdot \pi \cdot n}$ **P 13**

Mit den obigen Zahlen ergibt dies:

$$v = 4\text{ cm} \cdot \pi \cdot \frac{500}{60\text{ sec}} = 105\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}} = 1{,}05 \text{ m/sec.}$$

3.6 Die Winkelbeschleunigung α

Beim Starten einer drehenden Maschine und beim Abbremsen braucht man den Begriff der Winkelbeschleunigung. Während die verschiedenen Punkte des rotierenden Körpers wieder verschiedene Beschleunigungen aufweisen, haben immer alle Punkte dieselbe Winkelbeschleunigung.

Definition: Winkelbeschleunigung

$\boxed{\alpha = \frac{\text{Zunahme der Winkelgeschwindigkeit}}{\text{Zunahme der Zeit}} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}}$ **P 14**

$$\text{Einheit von } \alpha\text{: rad/sec}^2 = \frac{1}{\text{sec}^2} = \text{sec}^{-2}.$$

Beispiel: Ein großer Motor beginnt zu drehen und zwar so, daß seine Drehzahl gleichmäßig steigt um $\Delta n =$ 500 Umdrehungen pro min. Wie groß ist in dieser Anlaufperiode seine Winkelbeschleunigung?

Lösung: Der Zusammenhang zwischen der Winkelgeschwindigkeit ω und der Drehzahl n ist durch P 10 gegeben, nämlich $\omega = 2\pi n$. Folglich ist auch der Zusammenhang zwischen der *Zunahme* der Winkelgeschwindigkeit $\Delta\omega$ und der *Zunahme* der Drehzahl Δn gegeben durch eine analoge Formel, nämlich

$\boxed{\Delta\omega = 2 \cdot \pi \cdot \Delta n}$ **P 15**

Demnach gilt auch nach P 15

$\boxed{\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = 2\pi\,\frac{\Delta n}{\Delta t}}$ **P 16**

Mit unseren Zahlen wird also:

$$\alpha = 2\pi \cdot \frac{500\text{ Umdr./min.}}{1\text{ min.}} = 2\pi \cdot \frac{500 \cdot \frac{1}{60\text{ sec}}}{60\text{ sec}}$$

$$= 2\pi \cdot \frac{500}{3600\text{ sec}^2} = \frac{3140}{3600\text{ sec}^2} = 0{,}873 \text{ rad/sec}^2.$$